

冷原子中的光致量子自旋 Hall 效应

张新定, 高宗壬

(华南师范大学物理与电信工程学院, 广东广州 510631)

摘要: 讨论在冷原子体系中利用光致规范场模拟量子自旋霍尔效应. 通过对 ${}^6\text{Li}$ 这样的多能级原子施加适当的激光脉冲, 构造出二重兼并的能量暗态 (能量为零的本征态). 类似于自旋二分量体系, 可以分别定义 2 个暗态为自旋向上及自旋向下态. 当原子在空间分布的激光场中运动时, 其所感受到的有效自旋相关规范场将导致可观测的自旋霍尔电流.

关键词: 冷原子; 规范场; 量子自旋霍尔效应

中图分类号: O413 **文献标识码:** A

LIGHT - INDUCED SPIN HALL EFFECTS IN COLD ATOMS

ZHANG Xin - ding, GAO Zong - ren

(School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

Abstract: In this paper, the spin Hall effects induced by gauge fields is presented in cold atoms. For multi - level atoms interacting with external laser fields, e.g., ${}^6\text{Li}$, two - fold degenerate dressed states can be obtained under appropriate parameters configuration, which are defined as spin - up and spin - down in analogy with the spin - 1/2 charged system. When the cold atoms moving in a spatially varying laser field, the effective spin - dependent gauge potential will lead to observable spin Hall currents that indicates the spin Hall effects.

Key words: ultra - cold atoms; gauge potential; quantum spin Hall effects

量子霍尔效应是凝聚态物理领域中一个令人瞩目的发现^[1-2], 其中自旋霍尔效应因为其基本的霍尔物理以及在自旋电子学方面诱人的应用前景尤其受到关注^[3-5], 目前关于量子自旋霍尔效应的理论与实验验证都有不少的报道. 通常当前所讨论的自旋霍尔效应都起源于某种形式的自旋 - 轨道耦合, 其物理图象对应于将电子或其它带电粒子注入放置于外加电磁场中的半导体. 然而最近有人提出了一种新颖的观测自旋霍尔效应的方式, 通过在冷原子系统中应用外加激光场调节出适当的光致规范场, 指出即使没有自旋 - 轨道耦合的出现, 自旋霍尔效应仍然是可以实现的^[6-7]. 对于外加激光场中的原子, 可选择 2 个恰当的内在自由度定义为自旋向上和自旋向下态, 类似于外场下的自旋 1/2 粒子. 当原子穿过空间分布的激光场时, 其在实空间的运动将会感受到一个与自旋相关的规范场, 这一规范场来源于非阿贝尔的 Berry 位相, 并且与原子的运动路径有关. 由于不同自旋的原子感受到不同的规范场, 我们发现通过恰当的激光光场的参数配置, 有可能在垂直于原子运动方向上产生可观测的量子自旋霍尔效应.

收稿日期: 2008 - 04 - 20

基金项目: 中国博士后第 39 批科研经费资助项目

作者简介: 张新定 (1979 -), 男, 湖南衡阳人, 博士, 华南师范大学讲师, Email: xdzhang2000@gmail.com.

以⁶Li为例,通过适当的激光场相互作用^[8],构造出2个兼并能态暗态,并将这2个内在自由度用来模拟自旋1/2粒子.由于通常暗态具有更优的稳定性,相对于当前的一些方案,我们的方法更有利于满足绝热条件,并且更易于在当前实验条件下实现,这将有助于对方兴未艾的自旋霍尔物理的实验探索.

1 原子与激光场的相互作用

先看看⁶Li原子与激光光场相互作用的物理图象,如图1所示.图中,|g₁>,|g₃>是2个基态能级,|g₂>,|g₄>是亚稳态能级,|e₁>,|e₂>是相应的激发态能级.

Ω_i (i=1, 2, 3, 4)是原子内在能级与共振激光场相互作用的 Rabi 频率,通过施加一个额外的电场,由于斯塔克效应,|g₂>,|g₄>可以从原有能级位置产生偏移,从而与|g₁>,|g₃>消除兼并,并与所应用的外加激光场退耦合.相应地原子的有效相互作用哈密顿量可以写成:

$$H_1 = - (\Omega_1 |e_1\rangle\langle g_1| + \Omega_2 |e_1\rangle\langle g_2| + \Omega_3 |e_2\rangle\langle g_3| + \Omega_4 |e_2\rangle\langle g_4|) + H_c, \quad (1)$$

对式(1)中的 Rabi频率作如下的参数化:

$$\Omega_1 = \sin \theta e^{-i\phi}, \quad \Omega_2 = \cos \theta e^{-i\phi}, \quad \Omega_3 = \sin \theta e^{i\phi}, \quad \Omega_4 = \cos \theta e^{i\phi},$$

其中 $\theta = \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2} = \sqrt{|\Omega_3|^2 + |\Omega_4|^2}$, 得到 H_1 的2个简并暗态

$$|D_1\rangle = \cos \theta |g_1\rangle - \sin \theta e^{-i\phi} |g_2\rangle, \quad |D_2\rangle = \cos \theta |g_3\rangle - \sin \theta e^{i\phi} |g_4\rangle,$$

以及其它4个亮态(本征值不为零的本征态),对应的本征值为 $\pm \theta$.

假定初始态制备于2个暗态|D₁>,|D₂>所张成的子空间,并且接下来的过程中绝热条件能够得到满足,则原子将始终只拥有2个内在自由度,从而可类比于自旋1/2体系的自旋,将|D₁>定义为|↑>,|D₂>定义为|↓>.在新的基下|D_i>下,原子的全量子态可表示为|ψ> = ∑_i c_i |D_i>,并且满足薛定谔方程 $\tilde{H} \psi = i \partial_t \psi$,其中有效哈密顿量可表示为 $\tilde{H} =$

$\frac{1}{2m} (-i \partial_x - \tilde{A})^2 + \tilde{V}$,其中 \tilde{A} 为光致规范势,通过式子 $\tilde{A}_{ij} = i \langle D_i | \partial_x | D_j \rangle$ 定义^[16-17],代入|D₁>,|D₂>可得:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \quad A = \theta \sin^2 \theta, \quad (2)$$

其中 $\theta = \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2} = \sqrt{|\Omega_3|^2 + |\Omega_4|^2}$, \tilde{V} 为相应的规范变换后的标量势,其矩阵元写成

$$\tilde{V}_{ij} = \langle D_i | V | D_j \rangle + \frac{1}{2m} [\langle D_i | \partial_x | D_j \rangle + (\langle D_i | \partial_x | D_j \rangle)^2] = V + \frac{1}{2m} [(\theta \sin \theta)^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\theta \sin \theta)^2], \quad (3)$$

在式(3)中已假定初始势能与原子内态无关,即 $\langle D_i | V | D_j \rangle = V$.

2 自旋霍尔流

接下来看看如何在原子系统中产生可观测的自旋霍尔流.首先设定原子与光场相互作用的

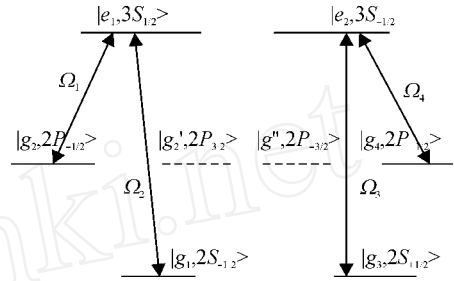


图1 碱金属原子⁶Li与共振激光场相互作用示意图

Rabi 频率具有如下空间分布,如图 2 所示,

$$\Omega_j = \Omega_0 \exp[-(x - x_j)^2 / d^2] \exp(-ik_j y) \quad (j = 1, 2), \quad (4)$$

其中传播波矢 $k_1 = -k_2 = k/2$, 波形中心位置 $x_1 = -x_2 = d/2$. 在这种光场参数配置下规范势在实空间的表达式可以表示成

$$A = \frac{-k}{1 + e^{-x/d}} e_y, \quad (5)$$

相对应的规范场写成

$$B = \frac{k}{4d \cosh^2(x/(2d))} e_z, \quad (6)$$

其中 $d = \lambda_0 / (4\pi)$.

现在假设将一束自旋 1/2 原子注入规范场区域,如图 3 所示. 为了简化讨论,设定所有原子的初速为零,并且在重力作用下加速通过规范场区域. 从式 (6) 很容易发现,对于不同自旋方向的原子,其所感受的磁场正好反向. 很自然地,在 x 轴方向将出现垂直的自旋霍尔流,然而总的宏观电流为零.

下面详细计算一下自旋霍尔流的大小. 如式 (6) 所示,具备不同自旋态 $|s\rangle$ 的原子感受到相反的磁场 B , 但是处于同样的电场中 (这里指的是重力场).

考虑原子以零速进入 $x - y$ 平面,自旋态 $|s\rangle$ 的哈密顿量改写成 $H = H_0 + H_1$, 其中 $H_0 = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{(P_y - A)^2}{2m}$, 微扰部分 $H_1 = \tilde{V}$, 由式 (3), 这种光场下的标量势 \tilde{V} 可以写成

$$\tilde{V} = \left\{ -mgy + \frac{1}{2m} \left[\frac{e^{\vec{d}}}{4d^2 (1 + e^{\vec{d}})^2} + \frac{k^2 e^{-\vec{d}}}{(1 + e^{-\vec{d}})^2} \right] \right\}, \quad (7)$$

其中 g 是重力常数. 当仅考虑 $x = 0$ 附近的一小块区域,式 (7) 的第 2 部分是常数,从而可以简化为 $\tilde{V} = -mgy$. 同样地,在 $x = 0$ 附近规范势及相应规范场也可以简化为:

$$A = -\frac{kx}{4d} e_y, \quad B = \frac{k}{4d} e_z.$$

通过定义 $R_x = \frac{1}{B_0} P_x$ 以及 $R_y = (P_y - B_0 x e_y)$, 其中 $B_0 = -\frac{k}{4d}$, 可以将 H_0 改写成

$$H_0 = \frac{B_0^2 R_x^2}{2m} + \frac{R_y^2}{2m},$$

很容易验证 R_x 和 R_y 是 1 对共轭量,满足关系式 $[R_x, R_y] = i$. 定义下面的升降算符:

$$a = \frac{\sqrt{B_0}}{\sqrt{2}} (R_x + \frac{iR_y}{B_0}), \quad a^+ = \frac{\sqrt{B_0}}{\sqrt{2}} (R_x - \frac{iR_y}{B_0}).$$

从 a 和 a^+ 出发,可以将 H_0 对角化为 $H_0 = (a^+ a + \frac{1}{2})$, 其中 $B_0 = k/4d$. 显然, H_0 的本征函数解 $|\phi_n(P_x)\rangle$ 是不对称朗道规范下的厄米多项式,本征值是 $E_n = (n + 1/2) \hbar \omega_c$. 在弱场近似下,单个原子负载的自旋电流在一级微扰修正下表示为:

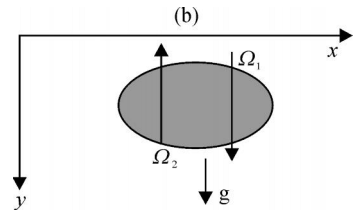


图 2 描述外加激光场与原子内在能级互作用的拉曼光束空间分布示意图

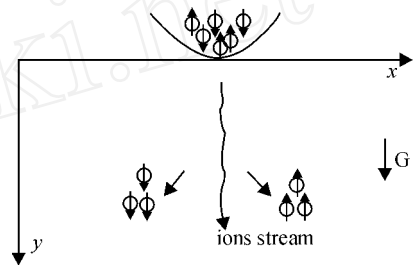


图 3 自旋 Hall 流产生示意图

$$\langle j_{,n}^x \rangle = \langle \phi_n | j^x | \phi_n \rangle + \left[\sum_n \frac{\langle \phi_n | H | \phi_n \rangle \langle \phi_n | j^x | \phi_n \rangle}{E_n - E_n} + H.c. \right], \quad (8)$$

其中自旋电流算符定位为 $j^x = \frac{1}{2} \mathbf{x} \cdot (\mathbf{S}_z \times \mathbf{x} + \mathbf{x} \times \mathbf{S}_z)$, $\mathbf{x} = [x, H] / i\hbar = \frac{B_0 R_x}{m}$. 由 $H = -mgy = \left[-mg \cdot (-i\hbar) \frac{\partial}{\partial R_x} \right]$, 得到:

$$j_x^x = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{B_0}{2}} (a^+ + a), \quad H = -mg \sqrt{\frac{B_0}{2}} (a^+ + a). \quad (9)$$

从式(9)可以发现,当 $n = n \pm 1$ 时, $\langle \phi_n | j^x | \phi_n \rangle = 0$ 也就是说,仅有因子 $n = n \pm 1$ 的项对自旋流有贡献,因此式(8)简化为:

$$\langle j_{,n}^x \rangle = \sum_{n=n\pm 1} \frac{\langle \phi_n | H | \phi_n \rangle \langle \phi_n | j^x | \phi_n \rangle}{E_n - E_n} + H.c.,$$

将式(9)代入式(8)得到: $\langle j_{,n}^x \rangle = \frac{-2mgd}{k}$. 设原子流的原子密度是 n_a , 并且考虑初始条件下原子处于自旋向上、自旋向下态(即 $|D_1\rangle, |D_2\rangle$ 内态)的几率都是 $1/2$, 则总的自旋流可以表示为 $J_{S_z}^x = \frac{-4n_a m g d}{k}$. 与此同时, 因为对于不同自旋去向有 $J^x = -J^x$, 总的宏观原子流 $J_m^x = 0$ 直观上,如图3所示,在 x 方向上具备相反运动方向的原子具有相反的自旋去向,因而宏观电流是零而只有自旋流.

这里所描述的自旋霍尔效应可以通过探测在 x 轴正反方向上不同自旋去向原子的累积来观测到. 目前已经有一些针对自旋的测量手段被报道,例如,这种空间分离的自旋累积可以通过磁共振力显微镜来探测;另外,也可以通过荧光辐射的方法来探测.

致谢 感谢胡连教授、朱诗亮教授、胡梁宾教授对完成本论文所提供的帮助.

参考文献:

- [1] KL IZING K V, DORDA G, PEPPER M. New method for high - accuracy determination of the fine - structure constant based on quantized Hall resistance[J]. Phys Rev Lett, 1980, 45: 494 - 497.
- [2] LAUGHLIN R B. Quantized Hall conductivity in two dimensions[J]. Phys Rev B, 1981, 23: 5632 - 5635.
- [3] HIRSCH J E. Spin Hall effect phys[J]. Phys Rev Lett, 1999, 83: 1834 - 1837.
- [4] MURAKAMI S, NAGAO S A N, ZHANG S. Dissipationless quantum spin current at room temperature [J]. Science, 2003, 301: 1348 - 1350.
- [5] 沈顺清. 自旋电子学 and 自旋流 [J]. 物理, 2008(1): 16 - 23.
- [6] ZHU S L, FU H, WU C J, et al. Spin Hall effects for cold atoms in a light - induced gauge potential[J]. Phys Rev Lett, 2006, 97: 240401 - 240404.
- [7] LU X J, KWEK C, OH C H. Optically induced spin - Hall effect in atoms phys[J]. Phys Rev Lett, 2007, 98: 026602 - 026605.
- [8] 陈贵楚. 不同渐变方式对量子阱激光器电流注入效率影响的研究 [J]. 华南师范大学学报:自然科学版, 2008(1): 78 - 81.